

# Approximations- und Online-Algorithmen SS 2004

## Übungsblatt 3

Abgabe: Montag, den 07. Juni 2004, 14.00 Uhr (in der Vorlesung)

### Aufgabe 1: Paging (6 Punkte)

Kann es beim Paging gegen den adaptiven Online-Gegner einen randomisierten  $c$ -kompetitiven Paging-Algorithmus mit einem Faktor  $c < \sqrt{k}$  geben? Begründen Sie Ihre Antwort!

### Aufgabe 2: Problem des faulen Nachtwächters (6 Punkte)

Ein Atomkraftwerk beschäftigt einen Nachtwächter allein dazu, dass er den Reaktor im Notfall herunterfährt. Um ihn wach zu halten hat das Kraftwerk dem Nachtwächter eine Beschäftigung gegeben.

In seinem Raum gibt es zwei Klingeln (links und rechts) und unterhalb jeder Klingel gibt es einen Knopf, der die Klingel abstellen kann. Wenn eine der Klingeln ertönt, muss der Nachtwächter diese innerhalb einer Minute abstellen. Dazu muss er auf einem der drei vorhandenen Hocker (links, mitte und rechts) sitzen und dann den entsprechenden Knopf drücken. Wenn die linke Klingel ertönt, hat der Nachtwächter die folgenden Bedienkosten für das Drücken des linken Knopfes:

- Auf dem linken Hocker hat er 0 Kosten, da er die Klingel leicht erreichen kann.
- Wenn er auf dem mittleren Hocker sitzt, hat er Kosten von 1.
- Auf dem rechten Hocker ist der linke Klingelknopf unerreichbar und die Kosten sind  $\infty$ .

Analog sind die Kosten für das Bedienen der rechten Klingel definiert.

Das Umsetzen des Nachtwächters erzeugt Kosten von 2. Das erstmalige Hinsetzen kostet 1.

Welche der beiden folgenden Strategien ist 2-kompetitiv and welche ist nicht  $c$ -kompetitiv für alle Konstanten  $c$ ?

- Strategie *A*: Der Nachtwächter bleibt immer auf dem mittleren Hocker sitzen und
- Strategie *B*: Der Nachtwächter wechselt bei Bedarf zu dem Hocker, bei dem die Klingel ertönt.

Beweisen Sie Ihre Behauptungen.

### Aufgabe 3: List Accessing (6 Punkte)

Der randomisierte Algorithmus **RMTF** (Random MTF) bringt mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  ein angefragtes Element an den Anfang der Liste (und mit Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  lässt er das angefragte Element an der alten Position). Zeigen Sie, dass **RMTF** nicht besser als 2-kompetitiv gegen den blinden Gegner ist.

**Aufgabe 4: Paging** (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass der randomisierte Algorithmus **MARKING** im Fall  $N = k + 1$  gegen den blinden Gegner  $H_k$ -kompetitiv ist. Zeigen Sie weiterhin, dass **MARKING** im Allgemeinen nicht  $H_k$ -kompetitiv ist.

Hinweis: Es genügt für die zweite Behauptung  $k = 2$  und  $N = 4$  zu betrachten.