Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. S. Albers
S. Eilts

Freiburg i. Br., den 18. Juni 2004

Approximations- und Online-Algorithmen SS 2004
Übungsblatt 5

Abgabe: Montag, den 5. Juli 2004, 14.00 Uhr (in der Vorlesung)

Aufgabe 1: Paging (6 Punkte)
Formulieren Sie das Paging-Problem mit endlich vielen verschiedenen Paging-Seiten als ein spezielles metrisches Taskproblem.

Aufgabe 2: Euklidischer Handlungsreisender (3+3 Punkte)

- Zeigen Sie, dass jeder zusammenhängende Graph genau dann einen Eulerkreis besitzt, wenn jeder Knotengrad gerade ist.
- Es sei G ein Graph im $\mathbb{R}^2$ versehen mit der euklidischen Metrik, dessen Knoten nicht alle auf einer Geraden liegen. Eine Rundreise heißt selbstüberschneidungsfrei, wenn sich jeweils zwei verschiedene Kantensegmente der Rundreise nur in den Endpunkten schneiden. Zeigen Sie, dass jede optimale Rundreise auf G selbstüberschneidungsfrei ist.

Aufgabe 3: Euklidischer Handlungsreisender (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass der Algorithmus **MST** keinen besseren Approximationsfaktor als 2 erzielen kann.

Aufgabe 4: minimales Vertex-Cover (6 Punkte)
Es sei $G = (V, E)$ ein Graph. Ein Vertex-Cover ist eine Teilmenge C der Knotenmenge V, so dass für jede Kante $e = \{v, w\}$ einer der Endpunkte $v \in C$ oder $w \in C$ ist. Ein minimales Vertex-Cover ist ein Vertex-Cover C mit $| C |$ minimal.
Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus für das minimale Vertex-Cover-Problem 2-approximativ ist.

```
Eingabe: Ein Graph G = (V, E)
   C := ∅         // C ⊆ V soll am Ende des Algorithmuses ein Vertex-Cover sein.
   M := ∅         // M ⊆ E soll am Ende des Algorithmuses ein Matching sein.
   E' := E        // E' ⊆ E enthält die Kanten, die von C noch nicht überdeckt
                  // sind. Am Ende ist E' = ∅.
   WHILE E' ≠ ∅ DO wähle eine Kante {v, w} ∈ E'
                  C := C ∪ {v, w}
                  M := M ∪ {{v, w}}
                  E' := E' \ { alle zu v und w inzidenten Kanten}
   OD
Ausgabe: Vertex-Cover C
```