Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. S. Albers
S. Eilts

Freiburg i. Br., den 5. Juli 2004

Approximations- und Online-Algorithmen SS 2004
Übungsblatt 6

Abgabe: Montag, den 19. Juli 2004, 14.00 Uhr (in der Vorlesung)

Aufgabe 1: Knapsack (6 Punkte)
Zeigen Sie unter der Vorraussetzung $P \neq NP$, dass es für das Rucksackproblem keinen Approximationsalgorithmus A gibt, dessen Wert um maximal eine additive Konstante k von der optimalen Lösung für jede Probleminstanz abweicht. D.h. $A(I) \geq OPT(I) - k$ für alle $I \in \mathcal{I}$.
Hinweis: Sie dürfen für diese Aufgabe annehmen, dass das Rucksackproblem NP-vollständig ist.

Aufgabe 2: Simple-Knapsack (6 Punkte)
Das einfache Rucksackproblem ist das Rucksackproblem mit der zusätzlichen Bedingung, dass $w_i = g_i$ für alle $i = 1, ..., n$ ist. (D.h. Der Wert eines Gegenstandes entspricht genau seinem Gewicht.) Zeigen Sie, dass der folgende Algorithmus für das einfache Rucksackproblem 2-approximativ ist.

```
Eingabe: w_1, w_2, ..., w_n, b
   Sei durch Sortierung ohne Einschränkung w_1 ≥ w_2 ≥ ... ≥ w_n.
   I := ∅                 // I ist die Menge der mitzunehmenden Gegenstände.
   cost:= 0               // cost= w(I) = Σ_{i∈I} w_i ist der Wert der Gegenstände in I.
   FOR i = 1 TO n DO
       IF cost+w_i ≤ b THEN
           I := I ∪ {i}
           cost:=cost+w_i
       FI
   ROF
Ausgabe: I
```

Aufgabe 3: Vertex-Cover(6 Punkte)
Zeigen Sie, dass für den Algorithmus von Aufgabe 4, Übungsblatt 5 eine unendliche Sequenz von zusammenhängenden Graphen mit steigender Knotenzahl existiert, bei der der Algorithmus stets die optimale Lösung berechnet.
Hinweis: Es genügt, Graphen mit ungerader Knotenanzahl zu betrachten.

Aufgabe 4: Scheduling (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass der Algorithmus **SLS** für $m \geq 2$ Maschinen keine approximative Güte kleiner $\frac{4m-1}{3m}$ besitzt.