Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. Susanne Albers
Dr. Markus Schmidt
Sylva Scholz

Freiburg i. Br., den 28. Juni 2006

APPROXIMATIONS- UND ONLINE-ALGORITHMEN SS 06

Übung 5

Abgabe am 12. Juli 2006 (in der Vorlesung)

Aufgabe 1: Jobscheduling (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass der Algorithmus SLS für beliebiges m nicht besser als $\frac{4m-1}{3m}$-approximativ ist.

Aufgabe 2: Kantenfärbung (6 Punkte)
In einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ heißt eine Kantenfärbung *zulässig*, wenn keine zwei adjazenten Kanten mit derselben Farbe gefärbt sind. Entwickeln Sie einen Approximationsalgorithmus, der eine zulässige Kantenfärbung bestimmt, die möglichst wenige Farben verwendet, und analysieren Sie ihn.
Hinweis: Bezeichnet Δ den maximalen Knotengrad des Graphen G, dann benötigt ein optimaler Algorithmus mindestens Δ und maximal $\Delta + 1$ Farben.

Aufgabe 3: Rucksackproblem (6 Punkte)
Gegeben sei das Rucksackproblem mit $w_i = g_i$ für alle $i = 1, \ldots, n$. Beweisen Sie, dass der folgende Algorithmus für dieses Problem 2-approximativ ist.

Eingabe: $w_1, \ldots, w_n, b$
  Sei durch Sortierung ohne Einschränkung $w_1 \geq w_2 \geq \ldots \geq w_n$.
  $I := \emptyset$; // I ist die Menge der gewählten Gegenstände.
  $w(I) := 0$;
  For $i = 1$ **to** n **do**
    If $w(I) + w_i \leq b$ **then**
      $I := I \cup \{i\}$;
Ausgabe: I

Aufgabe 4: Independent Set (6 Punkte)
In einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ wird eine Teilmenge $I \subseteq V$ möglichst großer Elementenanzahl gesucht, so dass zwei Knoten $v, w \in I$ durch keine Kante verbunden sind, d. h. $\{v, w\} \notin E$. Wir betrachten für dieses Problem den Algorithmus GREEDY, der immer einen Knoten minimalen Knotengrades aus dem Restgraphen entfernt. Zeigen Sie, dass GREEDY keine konstante Approximationsgüte besitzt.
Hinweis: Der Restgraph entsteht, indem der gewählte Knoten, die zu ihm adjazenten Knoten und alle zu diesen Knoten inzidenten Kanten entfernt werden.