

---

## Randomisierte Algorithmen und probabilistische Methoden

---

### Aufgabe 1 Lastverteilung

Angenommen wir haben einen Parallelrechner mit  $n$  Prozessoren und  $n$  Jobs die wir auf diese verteilen wollen. Wir entscheiden uns jedem Job seinen Prozessor zufällig unabhängig und gleichverteilt zuzuweisen. Wir messen die Maximallast mit der Zufallsvariable  $L = \max_i L_i$ , wobei

$$L_i : \text{Anzahl Jobs auf Prozessor } i.$$

Zeigen Sie, dass für hinreichend grosses  $n$  gilt:

$$\Pr [L \geq 2 \log n] \leq \frac{1}{n}.$$

*Hinweis.* Es gibt noch eine Version der Chernoff-Schranke. In der Notation und unter den Voraussetzungen von Satz 5.4 gilt  $\Pr [X \geq t] \leq 2^{-t}$  falls  $t \geq 2e\mathbb{E}[X]$ .

### Aufgabe 2 Eigenschaften des Hyperwürfels

Zeigen Sie, dass der  $d$ -dimensionale Hyperwürfel  $Q_d = (V, E)$  folgende Eigenschaften hat:

- (1)  $|V| = 2^d$ .
- (2)  $\deg(v) = d$  für alle  $v \in V$ .
- (3)  $|E| = d2^{d-1}$ .
- (4) Die wie in der Vorlesung konstruierten Labels zweier in  $Q_d$  benachbarter Knoten unterscheiden sich in genau einer Stelle.