Susanne Albers
Markus Büttner, Gereon Frahling,
Rob van Stee, Matthias Westermann

Freiburg, den 7. November 2002

Abgabe bis 14. November, um 12 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Informatik III (Theoretische Informatik)
Winter Semester 2002/2003
Blatt 4

AUFGABE 15 (2 Punkte)**:**

a) Sei $M = (Q, \Sigma, \delta, \Gamma, q_0, F)$ eine $s(n)$-platzbeschränkte 1-Band Turingmaschine. Zeige: Hält M gestartet mit $x \in \Sigma^*$, $|x| = m$, so hat die Rechnung nicht mehr als

$$|\Gamma|^{s(m)} \cdot s(m) \cdot |Q|$$

Schritte benötigt.

b) Zeige, dass die Sprache

$$L = \{\langle M \rangle x \mid M \text{ gestartet mit } x \text{ benutzt höchstens } |x|^2 \text{ Platz und hält}\}$$

entscheidbar ist.

AUFGABE 16 (2 Punkte)**:**
Gegeben seien zwei Sprachen L_1 und L_2 über dem Alphabet Σ. Dann heißt L_1 auf L_2 reduzierbar (Notation $L_1 \leq L_2$) wenn es eine überall definierte und total rekursive Funktion $f : \Sigma^* \to \Sigma^*$ gibt, so dass für alle $w \in \Sigma^*$ gilt:

$$w \in L_1 \iff f(w) \in L_2 \ .$$

Zeige mittels Reduktion, dass die folgenden Sprachen unentscheidbar sind.

a) $L_a = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für jede Eingabe}\}$ (Totalitätsproblem)

b) $L_b = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für endlich viele Eingaben}\}$ (Endlichkeitsproblem)

AUFGABE 17 (2 Punkte)**:**
Sind die folgenden Sprachen rekursiv aufzählbar? Begründe die Korrektheit Deiner Antwort.

a) $L_a = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für mindestens eine Eingabe}\}$

b) $L_b = \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält für unendlich viele Eingaben}\}$

AUFGABE 18 (2 Punkte)**:**
Die Sprache SI (Subgraph Isomorphism) besteht aus allen Paaren $(G_1 = (V_1, E_1), G_2 = (V_2, E_2))$ von ungerichteten Graphen, für die G_1 isomorph in G_2 eingebettet werden kann, d.h. es existieren $V \subseteq V_2$, $E = E_2 \cap \{\{u, v\} \mid u, v \in V\}$ und eine bijektive Abbildung $f : V_1 \to V$, so dass gilt:

$$\{u, v\} \in E_1 \iff \{f(u), f(v)\} \in E \ .$$

Zeige, dass SI $\in$ NP.