Susanne Albers
Markus Büttner, Gereon Frahling,
Rob van Stee, Matthias Westermann

Freiburg, den 21. November 2002

Abgabe bis 28. November, um 12 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Informatik III (Theoretische Informatik)
Winter Semester 2002/2003
Blatt 6

AUFGABE 23 (2 Punkte)**:**
In einem ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ heißt eine Knotenmenge $V' \subseteq V$ unabhängig, wenn keine Kante zwischen zwei Knoten aus V' existiert. Das *Independent Set Problem* IP enthält dann alle Paare (G, k) von ungerichteten Graphen und natürlichen Zahlen, für die G eine unabhängige Knotenmenge mit k Knoten enthält.
Zeige, dass IP $\leq_p$ CLIQUE ist.

AUFGABE 24 (2 Punkte)**:**
Das *Binary Programming Problem* BINPROG ist wie folgt definiert:

$$\text{BINPROG} = \{(A, b) \mid A \in M_{n,m}(\mathbb{Z}), b \in \mathbb{Z}^n, \exists y \in \{0,1\}^m : A \cdot y \leq b\} \ .$$

Zeige, dass IP $\leq_p$ BINPROG ist.

AUFGABE 25 (2 Punkte)**:**
Für eine Marsmission werden Experten für n Fachgebiete (Astronomie, Geologie, Physik, Informatik, Biologie, ...) benötigt. Es stehen m Freiwillige zur Verfügung, wobei jede dieser Personen ein Experte für mindestens ein Fachgebiet ist. Die Aufgabe ist es, eine Besatzung aus möglichst wenigen Personen zusamenzustellen, so dass es für jedes Fachgebiet mindestens einen Experten gibt.
Gebe eine Formalisierung der Entscheidungsvariante von MISSIONTOMARS an, und zeige dann, dass das Problem NP-vollständig ist.

AUFGABE 26 (2 Punkte)**:**
Das Problem 2-SAT ist wie folgt definiert: Gegeben sind n boolesche Variablen $x_1, \ldots x_n$ und eine Menge C von Klauseln über diesen Variablen, wobei jede Klausel höchstens zwei Literale enthält. Die Frage ist, ob es eine Belegung $a_1, \ldots a_n$, $a_i \in \{0, 1\}$, der Variablen gibt, bei der alle Klauseln aus C erfüllt werden.
Zeige, dass 2-SAT in P ist.
Hinweis: Konstruiere einen gerichteten Graphen $G = (V, E)$. Die Knotenmenge V besteht aus allen Literalen $V = \{x_1, \bar{x}_1, \ldots x_n, \bar{x}_n\}$. Mit $\bar{x}$ bezeichnen wir die Negation von x. Weiter ist (a, b) genau dann eine Kante in E, wenn $(\bar{a} \vee b)$ oder $(b \vee \bar{a})$ eine Klausel in C ist. Dabei sind a und b Literale aus V.
Zeige zunächst: Ist $(a, b) \in E$, so ist auch $(\bar{b}, \bar{a}) \in E$. Benutze dieses Resultat, um zu zeigen: Es gibt genau dann keine erfüllende Belegung für C, wenn es eine Variable z gibt, so dass in G gerichtete Wege von z nach $\bar{z}$ und von $\bar{z}$ nach z existieren. Überlege Dir abschließend, wie man die Existenz eines solchen Wegepaares effizient überprüfen kann.