

2. Übungsblatt

Aufgabe 1: Äquivalenz von Maschinenmodellen

5 Punkte

Sei T eine beliebige $t(n)$ -laufzeitbeschränkte Turingmaschine, welche Eingaben mit Hilfe der Zustandsmenge F akzeptiert. Beweisen Sie, dass T von einer $O(t(n) + n)$ -laufzeitbeschränkten Turingmaschine T' simuliert werden kann, wobei T' das Band nur rechts von der anfänglichen Kopfposition liest und beschreibt. Hierbei ist n die Länge der Eingabe.

Hinweis: T' simuliert T genau dann, wenn beide Maschinen das selbe Eingabealphabet benutzen und die selben Eingabewörter akzeptieren.

Aufgabe 2: Entscheidbarkeit

5 Punkte

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass Sprachen existieren, die nicht rekursiv sind. Beweisen Sie folgende Aussagen:

- Es gibt Sprachen, die nicht rekursiv aufzählbar sind. **1 Punkt**
- Ist $L_1 \subseteq \Sigma^*$ rekursiv aufzählbar und ist $L_2 \subseteq \Sigma^*$ rekursiv, so ist $L_1 - L_2 := \{w \in \Sigma^* \mid w \in L_1 \wedge w \notin L_2\}$ rekursiv aufzählbar. **2 Punkte**
- Gilt auch der Umkehrschluss von Teilaufgabe b)? Begründen Sie Ihre Aussage. **2 Punkte**

Aufgabe 3: Entscheidbarkeit

5 Punkte

Gegeben seien zwei Turingmaschinen A und B . Beschreiben Sie eine Turingmaschine M , welche die Eingabe genau dann akzeptiert, wenn die Turingmaschine A auf dieser Eingabe weniger Berechnungsschritte durchführt als die Turingmaschine B (unabhängig davon, ob A bzw. B die Eingabe akzeptieren oder nicht). **1 Punkt**

Seien L_M, L_A bzw. L_B die von M, A bzw. B akzeptierten Sprachen. Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen:

- L_M ist rekursiv aufzählbar. **1 Punkt**
- L_M ist rekursiv, wenn A oder B niemals in eine Endlosschleife gehen (demnach ist L_A oder L_B rekursiv). **1 Punkt**
- L_M ist genau dann rekursiv, wenn L_A oder L_B rekursiv ist. **2 Punkte**

Aufgabe 4: Halteproblem

5 Punkte

Das spezielle Halteproblem

$$H_s := \{\langle M \rangle \mid M \text{ hält auf } \langle M \rangle\}$$

entscheidet, ob eine Maschine auf ihrer Gödelnummer hält. Zeigen Sie, dass diese Sprache nicht rekursiv ist.

Hinweis: Ähnlich wie in der Vorlesung kann eine Turingmaschine erstellt werden, welche die Annahme, H_s sei rekursiv, zum Widerspruch führt.

Abgabe: Montag, 10. November 2008, 16 Uhr, in den entsprechenden Briefkästen in Gebäude 051.

Die Übungsblätter können in Gruppen à maximal 2 Personen bearbeitet werden. Vermerken Sie die Namen und Matrikelnummern der an der Bearbeitung beteiligten Personen.

Beachten Sie bitte auch die aktuellen Hinweise unter

www.informatik.uni-freiburg.de/~ipr → Teaching → Informatik III