Informatik II - SS 2014

(Algorithmen & Datenstrukturen)

Vorlesung 2 (30.4.2014)

Sortieren II

Fabian Kuhn
Algorithmen und Komplexität

SelectionSort: Programm

Schreiben wir doch das gleich mal als Java/C++ - Programm um…

Dabei kann ich auch die Umgebung für die Übungen demonstrieren:

- **Unit Tests** : junit / gtest
- **Coding Standards** : checkstyle / cpplint
- **Build-Framework** : ant / make
- **Build-System** : jenkins
- **File-Repository** : SVN

Zeitmessung in Java / C++

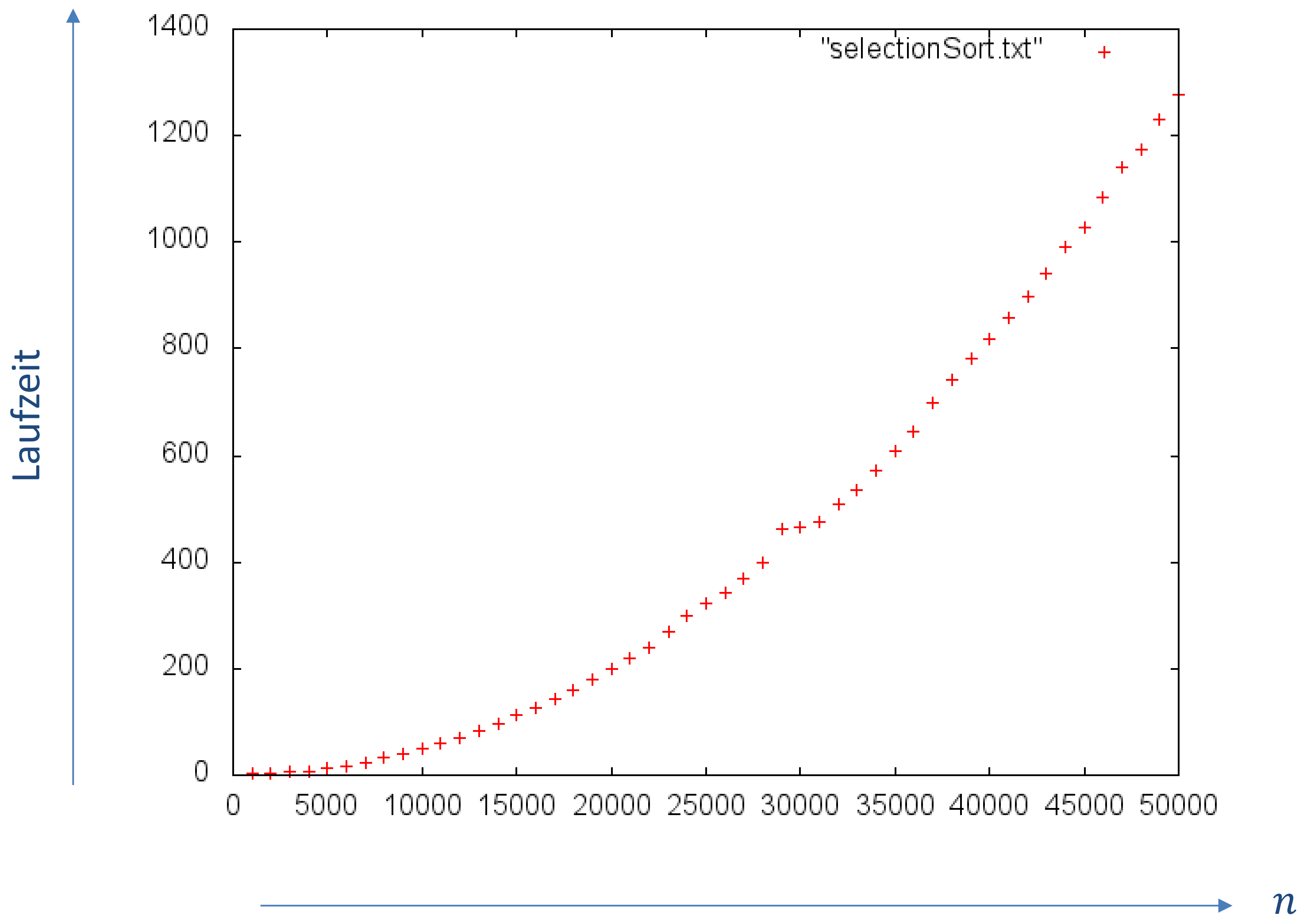
Java:

```java
long startTime = System.currentTimeMillis();
// code segment for which you want to measure
// the running time.
long runTime = System.currentTimeMillis() - startTime;
```

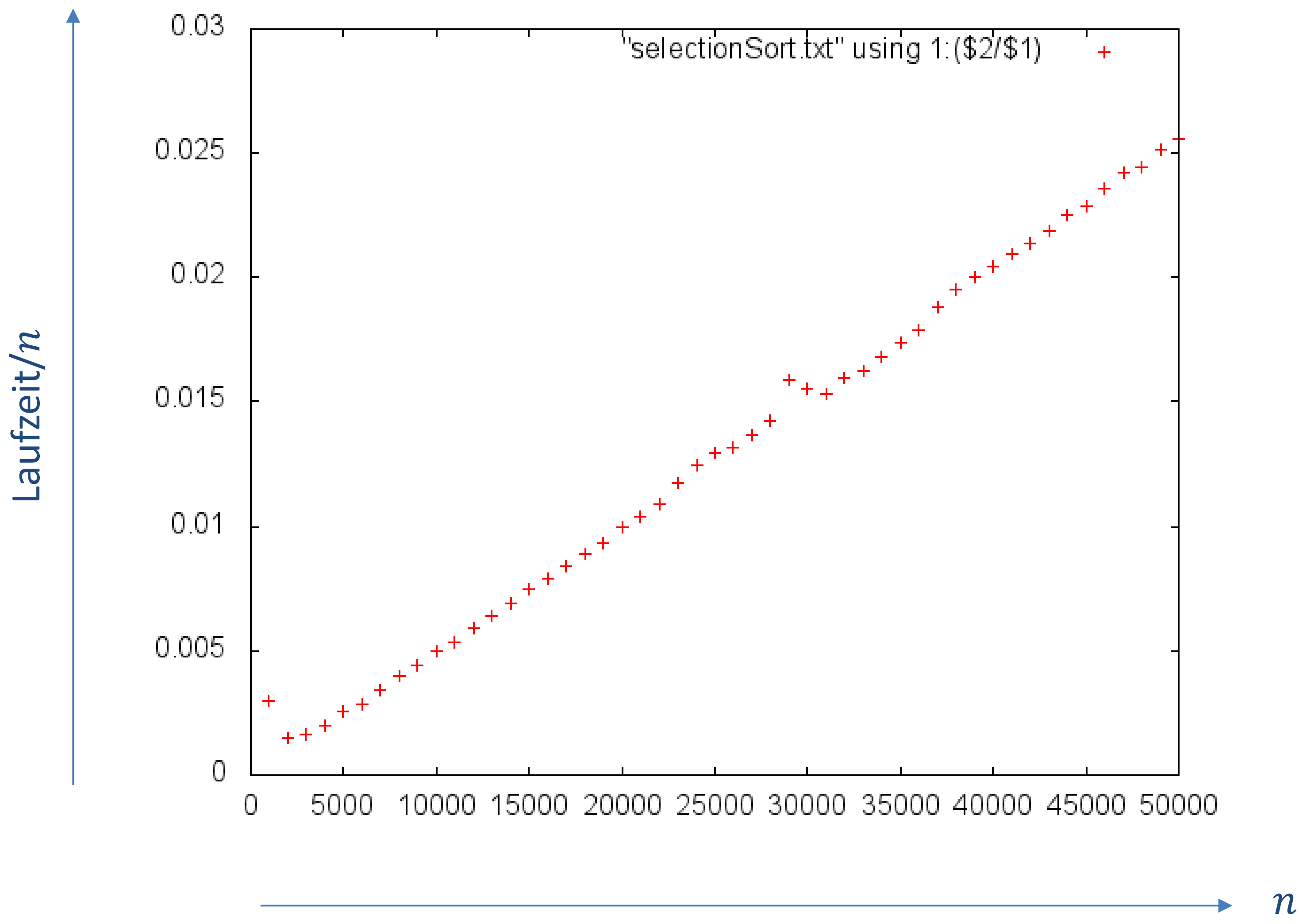
C++:

```cpp
#include <ctime>
…
std::clock_t startTime = std::clock();
// code segment for which you want to measure
// the running time.
std::clock_t endTime = std::clock();
int runTime = static_cast<int>(1000*(endTime – startTime));
```

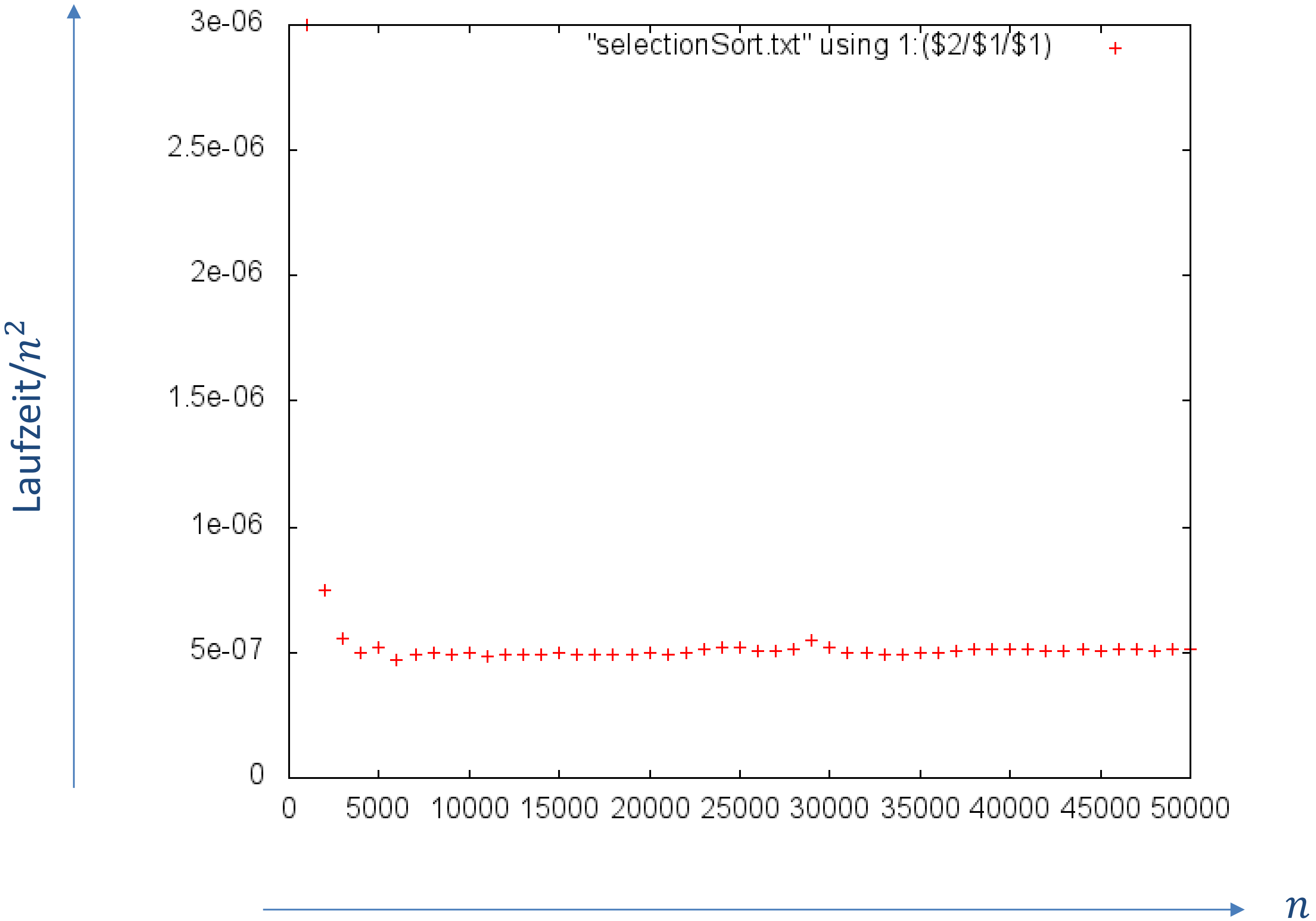
Zeitmessung SelectionSort



Zeitmessung SelectionSort



Zeitmessung SelectionSort



Beobachtungen Selection Sort

Zeitmessung Selection Sort:

- Scheint mit wachsender Grösse des Arrays unverhältnismässig langsamer zu werden
- Die Zeit scheint etwa quadratisch mit der Grösse des Arrays zu wachsen
  - doppelt so grosses Array → 4 x so lange Laufzeit
  - dreimal so grosses Array → 9 x so lange Laufzeit
  - …
- Wir werden sehen, dass die Laufzeit tatsächlich quadratisch ist
  - und wie man das formal korrekt analysiert und ausdrückt
- Zuerst überlegen wir, wie man sonst noch sortieren kann...

Insertion Sort - Idee

- Anfang (Präfix) des Arrays ist sortiert
  - Am Anfang nur das erste Element, mit der Zeit mehr...
- Füge schrittweise immer das nächste Element in den bereits sortierten Teil ein.

Beispiel: $A = [15, \ \ 3, \ \ 27, \ \ 49, \ \ 23, \ \ 18, \ \ 6, \ \ 1, \ \ 31]$

Insertion Sort: Pseudocode

Eingabe: Array A der Grösse n

```
InsertionSort(A):
for i=1 to n-1 do
  // prefix A[1..i] is already sorted
  pos = i+1
  while (pos > 0) and (A[pos] < A[pos-1]) do
    swap(A[pos], A[pos-1])
    pos = pos - 1
```

Bubble Sort

- Gehe durch’s Array, vertausche benachbarte Elemente, falls sie in der falschen Reihenfolge sind
- Wiederhole bis das Array sortiert ist...

Beispiel: $A = [15, \ \ 3, \ \ 27, \ \ 49, \ \ 23, \ \ 18, \ \ 6, \ \ 1, \ \ 31]$

Bubble Sort: Pseudocode

Eingabe: Array A der Grösse n

```
BubbleSort(A):
for i=0 to n-2 do          // need to repeat n-1 times
  for j=0 to n-1 do
    if (A[j] > A[j+1]) then
      swap(A[j], A[j+1])
```

- Wir werden sehen: Insertion Sort und Bubble Sort sind auch nicht besser als Selection Sort …

QuickSort : Idee

1. Teile Array in zwei Teile auf
   – linker Teil: kleine Elemente, rechter Teil: grosse Elemente
2. Sortiere die beiden Teile rekursiv!

QuickSort Algorithmus

Informelle Beschreibung:

1. Teile Array in linken und rechten Teil, so dass

$$\textbf{Elemente links} \leq \textbf{Elemente rechts}$$

   – Bemerkung: Die Elemente in beiden Teilen müssen noch nicht sortiert sein

2. a) Sortiere die Elemente im linken Teil **rekursiv**
   b) Sortiere die Elemente im rechten Teil **rekursiv**
   – Rekursion: "löse ein kleineres Teilproblem der gleichen Art mit der gleichen Methode wie das Hauptproblem"

- Sobald die Teilprobleme so klein warden, dass Sortieren trivial wird, endet die Rekursion
  – spätestens wenn die Teile nur noch aus einem Element bestehen

QuickSort : Beispiel

Beispiel: $A = [15,\ \ 3,\ \ 27,\ \ 49,\ \ 23,\ \ 18,\ \ 6,\ \ 1,\ \ 31]$

QuickSort : Aufteilen des Arrays

- Wir müssen so aufteilen, dass
  $$\text{Elemente im linken Teil} \leq \text{Elemente im rechten Teil}$$
- **Idee:** Wähle ein **Pivot x**, welches bestimmt wo die Mitte ist
  - Elemente $< x$ müssen nach links
  - Elemente $> x$ müssen nach rechts
  - Bei Elementen $= x$ ist's egal…
- **Algorithmus für Divide** (oft auch Partition genannt)**:**
  - Idee: Iteriere von links und von rechts über's Array
  - Wenn man ein Element trifft, das auf der richtigen Seite ist, muss man nichts tun und kann weiter gehen.
  - Bei einem Element, welches die Seite wechseln muss, kann man mit einem Element auf der anderen Seite vertauschen, welches auch die Seite wechselen muss.

QuickSort : Aufteilen des Arrays

Algorithmus für Divide (etwas formaler)**:**

- Aufgabe: Divide array A der Länge n anhand von Pivot x
  - Annahme: Elem. $\leq x$ gehen nach links, elem. $> x$ gehen nach rechts

- Generelles Vorgehen:
  - Zwei Variablen l und r, um von links und rechts durch's Array zu gehen
  - Inkrementiere l bis $A[l] > x$ (Element muss nach rechts)
  - Dekrementiere r bis $A[r] \leq x$ (Element muss nach links)
  - Vertausche, und stelle l und r eins vor ($l \mathrel{+}= 1, r \mathrel{-}= 1$)
  - Divide fertig, sobald sich l und r treffen

- Die Details müssen Sie in der Übung selbst ausarbeiten…

QuickSort Divide : Beispiel

Beispiel: $A = [15,\ \ 17,\ \ 3,\ \ 22,\ 27,\ 49,\ 9,\ 23,\ 18,\ 6,\ 1,\ 31]$

QuickSort : Wahl des Pivots

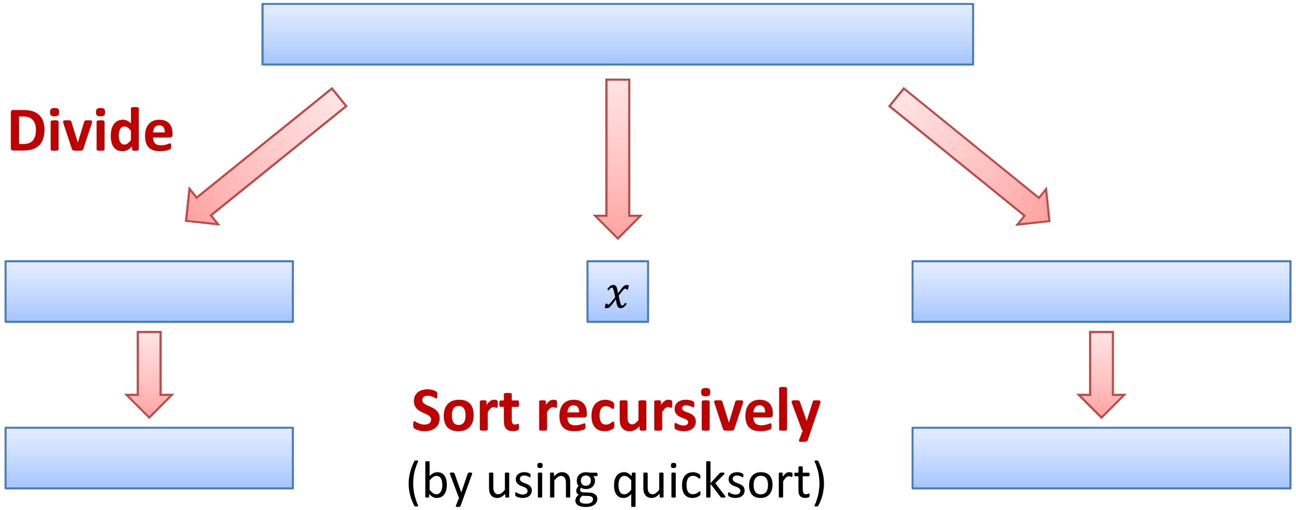
- Wie gross die zwei Teile beim Divide werden, hängt von der Wahl des Pivots ab…
- Wir werden sehen: Der Algorithmus ist am schnellsten, wenn die zwei Teile möglichst gleich gross sind.

Strategien zur Bestimmung des Pivots:

- Ideal wäre der Median → kann nicht einfach gefunden werden…
  - werden wir noch anschauen...
- Ein fixes Element des Arrays (z.B. immer das erste des Bereichs)
  - kann zu sehr ungleichen Teilen führen...
- Ein Element an einer zufälligen Position (innerhalb des Bereichs)
  - Randomized QuickSort meint meistens genau das
  - Wird meistens vernünftig grosse Teile liefern
- Median von drei (oder mehr) zufälligen Elementen
  - etwas "teurer", dafür werden die Teile "gleicher"

Divide and Conquer

Übersicht QuickSort:



Divide and Conquer:

- Verbreitetes Prinzip für den Algorithmenentwurf

1. Teile Eingabe in 2 oder mehrere kleinere Teilprobleme
2. Löse die Teilprobleme rekursiv
3. Kombiniere die Teillösungen zur Gesamtlösung