

Informatik 2 - Sommersemester 2018 Musterlösung Übungsblatt 5

Abgabe: Montag, 4. Juni, 14:00 Uhr

Aufgabe 1: Keine Familie universeller Hashfunktionen (6 Punkte)

Sei $K := \{0, \dots, p-1\}$ eine Menge möglicher Schlüssel. Betrachten Sie die folgende Menge von Hashfunktionen

$$H = \{h_{a,b} \mid a, b \in \{0, \dots, p-1\}\} \text{ mit} \\ h_{a,b}(x) = (ax + b) \bmod m,$$

wobei $p \gg m$ gelte. Zeigen Sie, dass es eine Teilmenge $S \subseteq K$ der Größe $\lfloor \frac{p}{m} \rfloor$ gibt, so dass für je zwei Schlüssel $x, y \in S$ und jede Funktion $h \in H$ gilt $h(x) = h(y)$.

Musterlösung

Definiere $S := \{0, m, 2m, \dots, \lfloor \frac{p}{m} \rfloor m\}$. Dann ist S ausreichend groß, denn $|S| = \lfloor \frac{p}{m} \rfloor + 1 \geq \lfloor \frac{p}{m} \rfloor$. Seien $x = i \cdot m$ und $y = j \cdot m$ zwei Schlüssel aus S mit $0 \leq i, j \leq \lfloor \frac{p}{m} \rfloor$ sowie $h_{a,b} \in H$ gegeben. Dann gilt

$$h_{a,b}(x) = ax + b \bmod m = aim + b \bmod m = b \bmod m \\ = aim + b \bmod m = ay + b \bmod m = h_{a,b}(y).$$

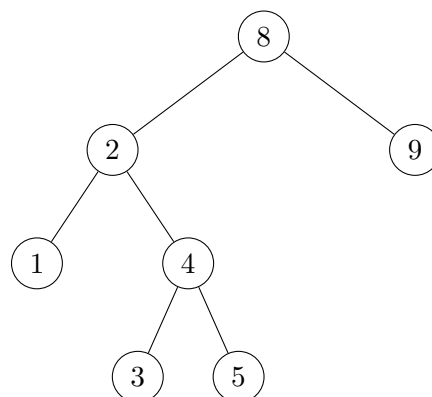
Aufgabe 2: Kommutative Löschung? (4 Punkte)

Beweisen oder widerlegen Sie, dass die Löschen-Operation aus der Vorlesung in einem binären Suchbaum kommutativ ist. Kommutativ bedeutet in dem Zusammenhang, dass man nach dem Löschen von zwei Knoten x und y den gleichen Baum erhält wie nach dem Löschen in umgekehrter Reihenfolge.

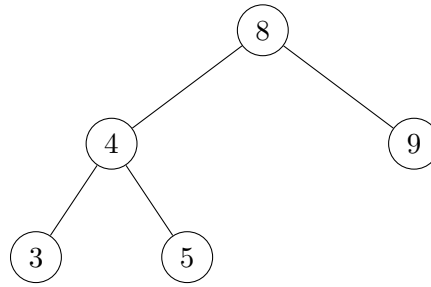
Hinweis: Beachten Sie die Fallunterscheidung bei der Löschung eines Knotens mit einem bzw. zwei Kindknoten.

Musterlösung

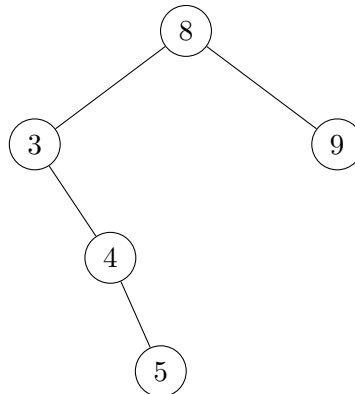
Betrachte folgenden binären Suchbaum



Löscht man zuerst Knoten 1 und dann Knoten 2 erhält man



Löscht man Knoten 2 und dann Knoten 1 erhält man



Aufgabe 3: Binärer Suchbaum

(10 Punkte)

Implementieren Sie die Datenstruktur des Binären Suchbaums mit Funktionen zum Einfügen, Finden und Löschen. Sie dürfen davon ausgehen, dass die eingefügten Schlüssel nicht doppelt vorkommen. Ein Template `BinarySearchTree.py`, welches Sie benutzen können, steht Ihnen im `public`-Ordner zur Verfügung.

Hinweis: Erstellen Sie zum Testen den binären Suchbaum von Seite 5 aus Vorlesung 9 (Binäre Suchbäume I) mittels Insert-Operationen. Testen Sie Ihre Suchfunktion durch Suchen der Schlüssel 4 und 17 und Ihre Löschfunktion durch Löschung der Schlüssel 6 und 7. Vergessen Sie nicht auch Grenzfälle der Operationen zu testen.