Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. F. Kuhn
P. Bamberger
M. Fuchs

Graphentheorie
Sommersemester 2021
Übungsblatt 1

Abgabe: 04.05.2021, 16:00 Uhr.

Aufgabe 1: Gerichtete Graphen *(5 Punkte)*

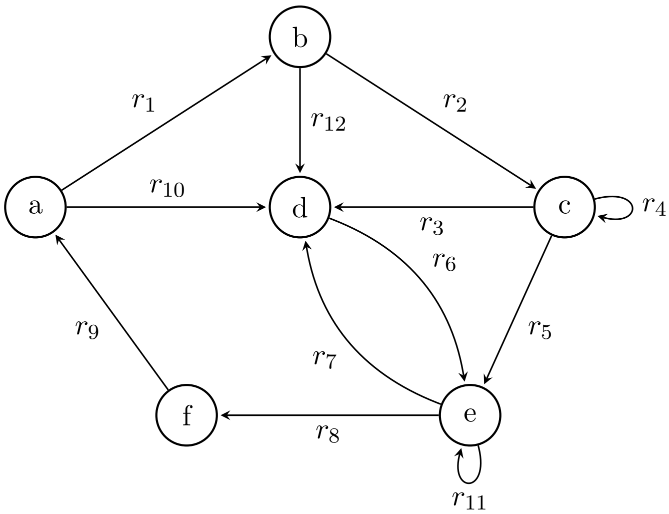


Abbildung 1: Gerichteter Graph G

a) Formalisieren Sie den Graph $G = (V, R, \alpha, \omega)$, sprich, geben Sie sowohl die Mengen V und R an wie auch die Funktionen α und ω.

b) Bestimmen Sie alle Schlingen, Parallelen und Antiparallelen sofern diese vorhanden sind. Ist G einfach?

c) Bestimmen Sie $\delta^+(v), \delta^-(v), N^+(v), N^-(v)$ und $N(v)$ für alle $v \in \{c, d\}$.

d) Bestimmen Sie Innen- und Außengrad von e.

e) Zeichnen Sie den durch die Menge $U = \{c, d, e, f\}$ induzierten Subgraph $G[U]$.

Aufgabe 2: Ungerichtete Graphen *(5 Punkte)*

Gegeben sei der (ungerichtete) Graph $G = (V, E, \gamma)$ mit

$$V = \{v_1, \dots, v_8\}$$
$$E = \{r_1, \dots, r_{13}\}$$
$$\gamma(r_i) = \begin{cases} \{v_i, v_{i+1}\} & i \in \{1, \dots, 7\} \\ \{v_i, v_{i/2}\} & i = 8 \\ \{v_{i-5}, v_{i-3}\} & i \in \{9, 10\} \\ \{v_{i-7}, v_{i-4}\} & i \in \{11, 12\} \\ \{v_6, v_8\} & i = 13 \end{cases}$$

a) Zeichnen Sie G.

b) Bestimmen Sie den Maximal- und den Minimalgrad von G.

c) Bestimmen Sie alle zu r_4 inzidenten Kanten und die Menge $N(v_4)$. Ist G einfach?

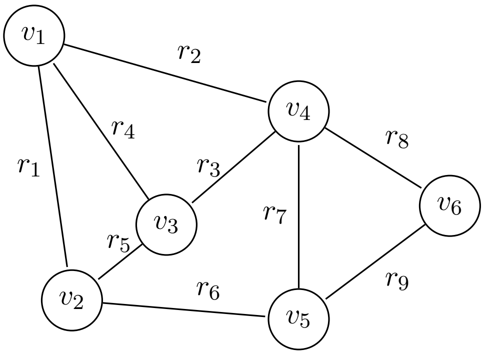
d) Ist der induzierte Subgraph $G[V \setminus \{v_1, v_2, v_3\}]$ Δ-regulär? Wenn ja, bestimmen sie Δ.

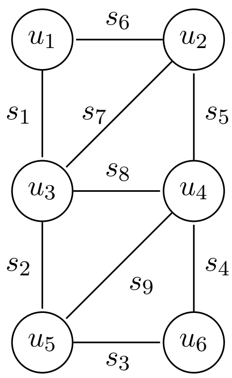
e) Finden Sie eine (größtmögliche) Knotenmenge $U' \subseteq V$, so dass $G[U']$ ein vollständiger Graph ist.

Aufgabe 3: Isomorphismus *(6 Punkte)*

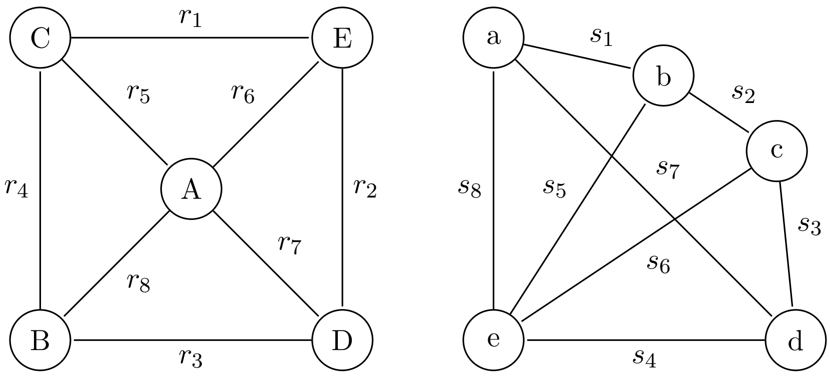
Geben Sie zu den jeweiligen Graphenpaaren jeweils an ob diese **isomorph** zueinander sind oder nicht. Falls ja, geben Sie die zugehörigen (bijektiven) Abbildungen σ und τ an. Falls nicht, begründen Sie warum es keine solchen Abbildungen geben kann.

a)

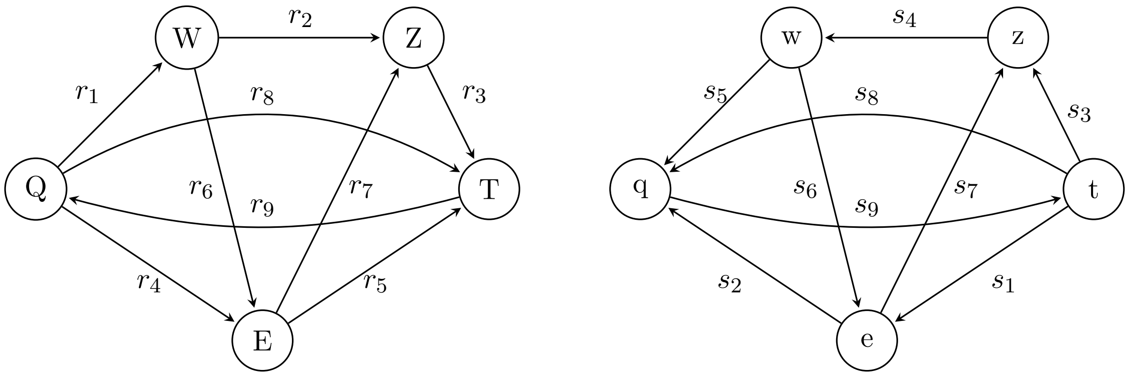




b)



c)



Aufgabe 4: Teilgraphen *(4 Punkte)*

Geben Sie einen gerichteten Graphen G mit (genau) 5 Knoten und mindestens 5 Kanten an. Finden Sie nun zusätzlich folgende Graphen:

a) $G_1 \sqsubseteq G$, der sowohl Subgraph als auch Partialgraph von G ist.

b) $G_2 \sqsubseteq G$, der weder Subgraph noch Partialgraph von G ist.

c) $G_3 \sqsubseteq G$, der Subgraph aber kein Partialgraph von G ist.

d) $G_4 \sqsubseteq G$, der Partialgraph aber kein Subgraph von G ist.

Hinweis: Es genügt hier G und seine Teilgraphen zu zeichnen.