

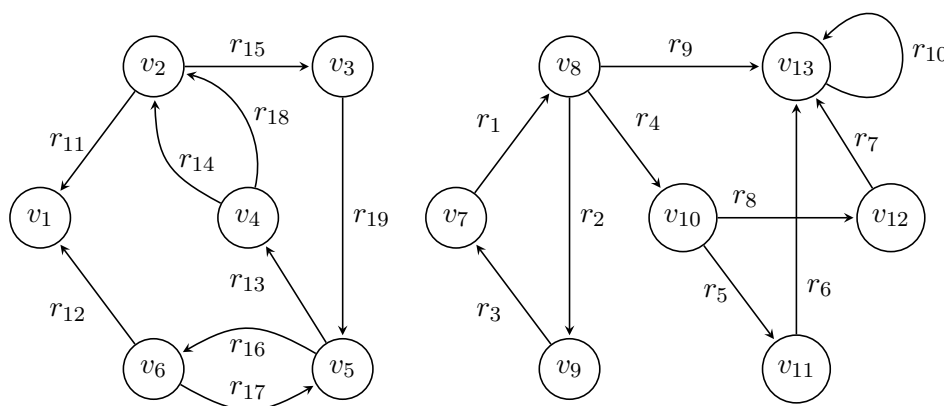
Graphentheorie Sommersemester 2021 Übungsblatt 2

Abgabe: 18.05, 16:00 Uhr.

Aufgabe 1: Speicherung, Zusammenhang

(5 Punkte)

G :



- a) Geben Sie die Adjazenzmatrix für G an. (1 Punkt)
- b) Zeichnen Sie den zu G zugeordneten Graphen H . (1 Punkt)
- c) Geben Sie die Inzidenzmatrix von H an. (1 Punkt)
- d) Berechnen Sie die Zusammenhangskomponente $ZK_G(v_8)$ und geben Sie alle starken und schwachen Zusammenhangskomponenten an. (1 Punkt)
- e) Finden Sie eine minimale Anzahl von *neuen* Kanten, so dass, wenn man diese G hinzufügt, ein (gerichteter) Graph G' entsteht, der stark zusammenhängend ist. (1 Punkt)

Aufgabe 2: Komplement- und Line-Graphen

(7 Punkte)

Sei im folgenden der ungerichtete Graph G gegeben.

- a) Geben Sie einen Graphen G' an, so dass der Line-Graph von G' gerade G entspricht ($L(G') = G$). (2 Punkte)
- b) Gibt es zu jedem ungerichteten einfachen Graphen G_L einen Graphen G , so dass $L(G) = G_L$ ist? Begründen Sie! (2 Punkte)

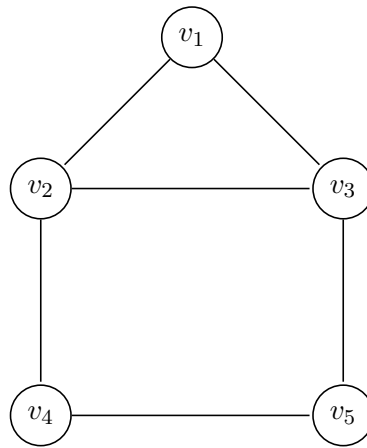


Abbildung 1: Graph G

- c) Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter, einfacher Graph. Der Graph $\bar{G} = (V, \bar{E})$ mit $\bar{E} = \{\{u, v\} \mid u \neq v, \{u, v\} \notin E\}$ heißt Komplementgraph von G . (3 Punkte)

Geben Sie einen ungerichteten, einfachen Graphen an, welcher Isomorph zu seinem eigenen Komplementgraph ist.

Aufgabe 3: Topologische Sortierung

(8 Punkte)

Gegeben sei eine Knotenmenge $V = \{v_1, \dots, v_n\}$.

- a) Beschreiben Sie einen Graphen G mit Knotenmenge V und maximaler Anzahl an verschiedenen topologischen Sortierungen. Wie hoch ist die Anzahl topologischer Sortierungen von G ?

Hinweis: Wie wirkt sich das Hinzufügen/Löschen von Kanten auf die Anzahl topologischer Sortierungen aus? (3 Punkte)

- b) Sei G ein Graph mit Knotenmenge V . Zeigen Sie:

G hat genau eine topologische Sortierung $\Leftrightarrow G$ hat einen elementaren Weg der Länge $n - 1$.

Hinweis: Denken Sie an den Algorithmus für topologische Sortierung aus der Vorlesung.

(4 Punkte)

- c) Gilt auch die umgekehrte Richtung der Implikation in Teil (b)? Begründen Sie ihre Antwort.

(1 Punkt)