Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. F. Kuhn
P. Bamberger
M. Fuchs

Graphentheorie
Sommersemester 2021
Übungsblatt 5

Abgabe: 29.06, 16:00 Uhr.

Aufgabe 1: Matchings und Knotenüberdeckungen *(5 Punkte)*

a) Aus der Vorlesung ist bekannt dass $\nu(G) \leq \tau(G) \leq 2 \cdot \nu(G)$ für einfache, zusammenhängende (ungerichtete) Graphen G gilt. Zeigen Sie dass tatsächlich ein Graph H existiert, für welchen $\tau(H) = 2 \cdot \nu(H)$ gilt.

b) Sei im folgenden die Familie der Kreisgraphen C_n gegeben, welche aus $n > 2$ Knoten bestehen die genau einen Kreis bilden (sprich jeder Koten hat Grad genau 2).

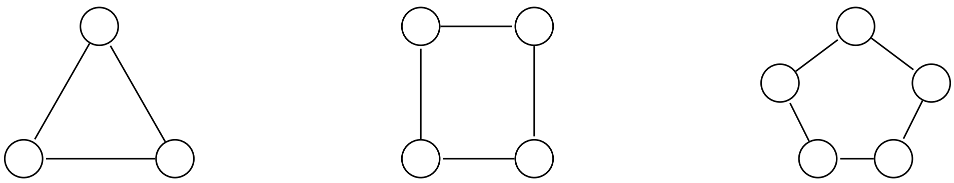

Abbildung 1: Die Graphen C_3, C_4 und C_5

Geben Sie $\nu(C_n)$ an. Zeigen Sie außerdem dass $\frac{\tau(C_n)}{\nu(C_n)} \leq \frac{2}{n-1} + 1$.

Aufgabe 2: Grapheigenschaften *(8 Punkte)*

Betrachten Sie im folgenden die 3-reguläre Graphenfamilie K_l mit $n = 4 \cdot l$ Knoten, wobei $l = \mathbb{N} \setminus \{0\}$, die folgendermaßen aufgebaut ist:

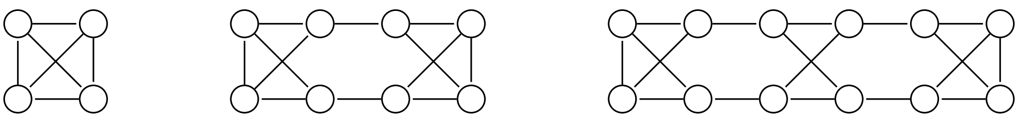

Abbildung 2: Die Graphen K_1, K_2 und K_3

Bestimmen sie für K_l (in Abhängigkeit von l) folgende Werte:

a) Die **Chromatische** Zahl

b) Die **Cliquenzahl**

c) Die **Cliquenzerlegungszahl**

d) Die **Unabhängigkeitszahl**

Hinweis: Sie müssen ihre Aussagen nicht Begründen/Beweisen.

Aufgabe 3: Unabhängige Menge *(3 Punkte)*

Beweisen oder Widerlegen Sie: In jedem einfachen (ungerichteten) Graphen G mit n Knoten und maximalem Grad Δ gibt es eine unabhängige Menge U mit

$$|U| \geq \frac{n}{\Delta + 1}.$$

Aufgabe 4: Chordale Graphen *(4 Punkte)*

Seien $I_j = [a_j, b_j] \subset \mathbb{R}$, $j = 1, ..., n$ Intervalle mit $a_j \leq b_j$. Der *Intervallgraph* G_Γ zu $\Gamma = \{I_1, ..., I_n\}$ ist der einfache, ungerichtete Graph $G_\Gamma = (\Gamma, E_\Gamma)$ mit

$$E_\Gamma := \{\{I_j, I_k\} \mid I_j \neq I_k,\ I_j \cap I_k \neq \emptyset\}.$$

Zeigen Sie dass jeder Intervallgraph **chordal** ist.