Prof. Dr. Susanne Albers
Markus Büttner
Institut für Informatik

2. Juni 2003

Approximations- und Online-Algorithmen

Übung 3

Abgabe am 16. Juni 2003 (in der Vorlesung)

Aufgabe 1: (10 Punkte)

Der randomisierte Listenalgorithmus $RMTF$ (randomly move to front) setzt ein angefordertes Element mit der Wahrscheinlichkeit $p = 0.5$ an den Anfang der Liste. Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus nicht besser als 2-kompetitiv gegen einen blinden Gegner ist.

Aufgabe 2: (10 Punkte)

Der randomisierte Pagingalgorithmus $RAND$ ersetzt bei einem Pagefault eine zufällig ausgewählte Seite. Der schnelle Speicher habe die Größe k. Zeigen Sie mit Hilfe einer Potentialfunktion, dass $RAND$ k-kompetitiv gegen adaptive Online-Gegner ist.

Aufgabe 3: (4+6 Punkte)

a.: Zeigen Sie: Der randomisierte Seitenersetzungsalgorithmus $MARK$ ist H_k-kompetitiv gegen einen blinden Gegner, falls $N = k + 1$ gilt. Dabei ist k die Anzahl der Seiten im schnellen Speicher und N die Gesamtanzahl an Seiten.

b.: Zeigen Sie, dass $MARK$ im Allgemeinen nicht H_k-kompetitiv ist (gegen blinden Gegner). Hinweis: Ein Gegenbeispiel gibt es bereits für $k = 2, N = 4$.

Aufgabe 4: (4+6 Punkte)

Weinachtsgeschenke unterschiedlicher Größe (< 1) sollen in möglichst wenige Kartons der Größe 1 gepackt werden. Dabei darf ein bereits verpackter Gegenstand nicht wieder umverpackt werden. Bei der Online-Strategie sind die folgenden Geschenke nicht bekannt.

a.: Der gierige Algorithmus $FIRSTFIT$ packt jedes Geschenk immer in den ersten Karton mit genügend Platz. Zeigen Sie, dass $FIRSTFIT$ 2-kompetitiv ist.

b.: Zeigen Sie: Für jeden c-kompetitiven deterministischen Algorithmus für dieses Problem gilt: $c \geq \frac{4}{3}$