Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. Susanne Albers
Sylva Scholz

Freiburg i. Br., den 25. April 2005

Approximations- und Online-Algorithmen SS 05

Übung 2

Abgabe am 9. Mai 2005 (in der Vorlesung)

Aufgabe 1: Paging (6 Punkte)
Ein deterministischer *Marking-Algorithmus* für das Paging-Problem bearbeitet eine Anfragesequenz σ in *Phasen*. Die erste Phase beginnt mit der ersten Anfrage in σ. Phase i, $i \geq 2$, beginnt mit der ersten Anfrage nach dem Ende von Phase $i-1$. Zu Beginn einer Phase sind alle Seiten im schnellen Speicher *unmarkiert*. Wird eine Seite angefragt, so wird sie *markiert*. Im Falle eines Seitenfehlers wird eine beliebige unmarkierte Seite aus dem schnellen Speicher entfernt. Eine Phase endet unmittelbar vor einem Seitenfehler, wenn alle Seiten im schnellen Speicher markiert sind. Die Markierungen werden dann entfernt.
Zeigen Sie, dass der oben beschriebene Marking-Algorithmus k-kompetitiv ist, wobei k die Anzahl der Seiten des schnellen Speichers bezeichnet.

Aufgabe 2: Paging (6 Punkte)
Zeigen Sie, dass die Online-Strategie **FIFO** für das Paging-Problem kein Marking-Algorithmus ist.

Aufgabe 3: Selbstorganisierende Listen (3 + 3 Punkte)

- Wir betrachten eine Liste, in welcher die Elemente x_1, x_2, x_3 wie folgt angeordnet sind: (x_1, x_2, x_3). Zeigen Sie ausgehend von dieser Liste: Die optimalen Kosten der Anfragesequenz $\sigma = x_3, x_2, x_3, x_2$ sind 8 und jeder Algorithmus, der keine "paid exchanges" ausführt, hat mindestens Kosten von 9.
- Zeigen Sie, dass ein optimaler Offline-Algorithmus existiert, der nur "paid exchanges" und keine "free exchanges" verwendet.

Aufgabe 4: Selbstorganisierende Listen (6 Punkte)
Wir betrachten das *dynamische Modell*, in welchem neben dem *Suchen* zusätzlich die Operationen *Einfügen* und *Entfernen* definiert werden. Das Einfügen erfolgt, indem durch die Liste gelaufen und das neue Element am Ende eingefügt wird. Die Kosten dieser Operation betragen $n+1$ mit n als der Listenlänge vor dem Einfügen. Beim Entfernen wird das zu entfernende Element in der Liste gesucht und dann gelöscht. Dabei fallen Kosten in Höhe von i mit i als der Listenposition des Elementes an. Eine Eingabesequenz enthält nun zum angefragten Element auch die Information, welche Operation auf dieses Element angewendet werden soll. Wie bisher kann die Liste mit Hilfe von "free" und "paid exchanges" umgeordnet werden.
Zeigen Sie, dass die Online-Strategie **MTF** in diesem Modell 2-kompetitiv ist.