Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. Susanne Albers
Sylva Scholz

Freiburg i. Br., den 09. Mai 2005

# Approximations- und Online-Algorithmen SS 05

## Übung 3

Abgabe am 30. Mai 2005 (in der Vorlesung)

**Aufgabe 1: Paging** (4 + 2 Punkte)
Wir betrachten den deterministischen Online-Algorithmus **FWF** (Flush When Full) für das Paging-Problem: Kann der schnelle Speicher keine angeforderte Seite mehr aufnehmen, so werden alle Speicherplätze freigegeben. Anschließend werden sie der Reihe nach neu besetzt.

- Bestimmen Sie den kompetitiven Faktor dieses Algorithmus.
- Entscheiden Sie, ob **FWF** ein Markierungsalgorithmus ist. Begründen Sie Ihre Antwort.

**Aufgabe 2: Robotik - Der suchende Professor** (6 Punkte)
Ein Freiburger Professor begibt sich mit seinem Auto auf eine Dienstreise nach Mannheim. Nachdem die Tagung beendet ist, steht er vor dem Veranstaltungsgebäude und kann sich nicht erinnern, wo er sein Auto geparkt hat. Er weiß nur, dass es in der Nähe einer Kreuzung steht. Da Mannheim in Quadrate unterteilt ist, bewegt er sich auf den Straßen wie auf den Linien eines Gitters. Das Veranstaltungsgebäude befindet sich an einer Kreuzung, d.h. es stellt wie auch der Standort des Autos einen Knotenpunkt des Gitters dar. Systematisch sucht der Professor nun die Umgebung ab, indem er sich auf einem schneckenförmigen Weg bewegt: Zunächst läuft er nach Norden bis zur ersten Querstraße und biegt nach rechts ab. Dann geht er bis zur nächsten Querstraße und biegt wieder rechts ab. Von dort läuft er bis zur zweiten Querstraße, an der er wiederum nach rechts abbiegt usw. Seine Strategie ist somit, immer nach rechts abzubiegen und nach jedem zweiten Abbiegen die zu laufende Strecke bis zum nächsten Abbiegen um eine Querstraße zu verlängern.
Bestimmen Sie den kompetitiven Faktor dieses Algorithmus.

**Aufgabe 3: Paging** (4 + 2 Punkte)
Seien $N$ die Gesamtanzahl aller Seiten und $k$ die Größe des schnellen Speichers.

- Zeigen Sie, dass der in Vorlesung vorgestellte randomisierte Online-Algorithmus **RAND-MARK** im Fall $N = k + 1$ gegen einen blinden Gegner $H_k$-kompetitiv ist.
- Zeigen Sie, dass **RAND-MARK** im Allgemeinen nicht $H_k$-kompetitiv gegen einen blinden Gegner ist.
  Hinweis: Es genügt, den Fall $N = 4$ und $k = 2$ zu betrachten.

**Aufgabe 4: Selbstorganisierende Listen** (6 Punkte)
Der randomisierte Online-Algorithmus **RMTF** (Random MTF) setzt mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ das angefragte Element an den Kopf der Liste (und mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ lässt er es an der alten Position). Zeigen Sie, dass dieser Algorithmus nicht besser als 2-kompetitiv gegen einen blinden Gegner ist.