Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. S. Albers
T. Jacobs, F. Müller

Übungen zur Vorlesung Informatik II
Freiburg i. Br., den 24. April 2006

1. Übungsblatt

Aufgabe 1: Regeln des Hoare-Kalküls
Erklären Sie jeweils mit wenigen Sätzen einem imaginären Erstsemester, welcher über grundlegende Programmierkenntnisse verfügt,

a) den Zweck des Hoare-Kalküls **1 Punkt**

b) die Kompositionsregel **1 Punkt**

c) die Selektionsregel **1 Punkt**

d) die Iterationsregel. **1 Punkt**

Aufgabe 2: Ein Beispiel zum Hoare-Kalkül
Abbildung 1 stellt einen Auszug aus dem Beweis der partiellen Korrektheit eines Programms dar.

a) Wie lautet das Programm, dessen partielle Korrektheit hier bewiesen wird, und was berechnet das Programm? **1 Punkt**

b) Welche Regeln des Hoare-Kalküls verwendet der Beweis? **1 Punkt**

c) Falls im Beweis die Iterationsregel vorkommt, so benennen Sie die Schleifeninvariante. **1 Punkt**

d) Vervollständigen Sie den Beweis, indem Sie die Aussage $A1$ nachweisen. Notieren Sie dabei, an welcher Stelle Sie welche Regel oder welches Axiom benutzen. **3 Punkte**

Aufgabe 3: Anwendung des Hoare-Kalküls
Entwickeln Sie einen einfachen Algorithmus, welcher der Variablen z den Wert $x \bmod y$ zuweist, wobei $x > 0$ und $y > 0$ zwei gegebene Variablen sind. Zeigen Sie mittels des Hoare-Kalküls, dass Ihr Algorithmus partiell korrekt ist. Benennen Sie dabei jede Regel und jedes Axiom, welches Sie benutzen. Begründen Sie, ob Ihr Algorithmus total korrekt ist oder nicht.
Die modulo-Funktion ist für positive Zahlen x, y wie folgt definiert:

$$x \bmod y := x - \max\{cy \mid c \in \mathbb{N}_0 \wedge cy \leq x\}.$$

Verwenden Sie in Ihrem Algorithmus ausschließlich die vier Grundrechenarten sowie die Relationen $<, \leq, >, \geq$ und $=$, d.h. Zuweisungen wie $z = x \bmod y$ sind nicht zulässig.
5 Punkte

Abgabe: Dienstag, 2. Mai 2006, 14 Uhr, in den entsprechenden Briefkästen im Erdgeschoss von Gebäude 051.
Die Übungsblätter können in Gruppen à **maximal 2 Personen** bearbeitet werden, wobei in diesem Fall beide Namen auf der Abgabe vermerkt sein müssen.
Beachten Sie bitte auch die aktuellen Hinweise unter
`www.informatik.uni-freiburg.de/~ipr` ⟶ `Teaching` ⟶ `Informatik II`

$$\frac{\overbrace{\{y \in \mathbb{N}_0\}\ z=1; a=y\ \ \{a \in \mathbb{N}_0, z=1, a=y\}}^{A1} \quad , \quad \overbrace{\{a \in \mathbb{N}_0, z=1, a=y\}\ \text{while}\ a>0\ \mathit{do}\ (z=zx; a=a-1)\ \{z=x^y\}}^{A2}}{\{y \in \mathbb{N}_0\}\ z=1; a=y;\ \text{while}\ a>0\ \text{do}\ (z=zx; a=a-1)\ \{z=x^y\}}$$

$$\frac{\{a \in \mathbb{N}_0, z=1, a=y\} \Rightarrow \{zx^a = x^y, a \in \mathbb{N}_0\} \quad , \quad \overbrace{\{zx^a = x^y, a \in \mathbb{N}_0, a>0\}\ z=zx; a=a-1\ \{zx^a=x^y, a \in \mathbb{N}_0\}}^{A3} \quad , \quad \{zx^a = x^y, a \in \mathbb{N}_0, a \le 0\} \Rightarrow \{z=x^y\}}{A2}$$

$$\frac{\{zx^a = x^y, a \in \mathbb{N}_0, a>0\}\ z=zx\ \{zx^{a-1} = x^y, a \in \mathbb{N}_0, a>0\} \quad , \quad \{zx^{a-1} = x^y, a \in \mathbb{N}_0, a>0\}\ a=a-1\ \{zx^a = x^y, a \in \mathbb{N}_0\ \}}{A3}$$

Abbildung 1: Auszug aus einem Korrektheitsbeweis. Es werden insgesamt drei Kalkülregeln nacheinander angewendet. Die partielle Korrektheit des ganzen Programms folgt aus den Aussagen $A1$ und $A2$ (oberer Teil der Abbildung). Aussage $A2$ folgt aus Aussage $A3$ sowie den beiden logischen Implikationen ("$\Rightarrow$") im mittleren Teil der Abbildung. Ganz unten wird die Aussage $A3$ aus zwei Aussagen gefolgert, die beide wegen des Zuweisungsaxioms gelten.