Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Prof. Dr. Susanne Albers
Dr. Alexander Souza

SS 2007
Übungsblatt 2

Randomisierte Algorithmen und probabilistische Methoden

Aufgabe 1 Erfüllende Belegungen

Zeigen Sie dass es zu jeder Booleschen Formel mit m Klauseln eine Variablenbelegung gibt, die *mindestens* $\frac{m}{2}$ Klauseln erfüllt. Geben Sie eine Boolesche Formel an für die bei jeder Variablenbelegung *höchstens* $\frac{m}{2}$ Klauseln erfüllt sind.

Aufgabe 2 Volltrunkene Matrosen

Nach einem Landgang torkeln n völlig betrunkene Matrosen auf ihr Schiff zurück, welches n Betten hat. Da die Matrosen wie gesagt sehr sehr bertrunken sind wählt jeder von ihnen das Bett in dem er schläft zufällig. Wir nehmen an, dass jede Zuordnung von Matrosen zu Betten gleichwahrscheinlich ist und, dass in jedem Bett genau ein Matrose zu liegen kommt. Was ist die erwartete Anzahl von Matrosen die jeweils im richtigen Bett schlafen?

Aufgabe 3 Balls into Bins

Angenommen wir werfen m Bälle unabhängig und gleichverteilt in n Urnen.

(1) Was ist die erwartete Anzahl von Urnen die leer bleiben?

(2) Wie groß muß m in Abhängigkeit von n sein, damit mit hoher Wahrscheinlichkeit *keine* Urne leer bleibt.

Mit „hoher Wahrscheinlichkeit“ meint man eine Wahrscheinlichkeit die für n gegen unendlich gegen eins konvergiert.

Hinweis. Definieren Sie Zufallsvariablen X_i die Zählen wie viele Bälle geworfen werden bis die Anzahl nicht-leerer Urnen von $i-1$ auf i steigt, d.h. die Anzahl Bälle bis ein Ball eine von $m-(i-1)$ leeren Urnen trifft. Verwenden Sie dann die Ungleichung von Chebyshev.