
Randomisierte Algorithmen und probabilistische Methoden

Aufgabe 1 Lastverteilung

Angenommen wir haben einen Parallelrechner mit n Prozessoren und n Jobs die wir auf diese verteilen wollen. Wir entscheiden uns jedem Job seinen Prozessor zufällig unabhängig und gleichverteilt zuzuweisen. Wir messen die Maximallast mit der Zufallsvariable $L = \max_i L_i$, wobei

$$L_i : \text{Anzahl Jobs auf Prozessor } i.$$

Zeigen Sie, dass für hinreichend grosses n gilt:

$$\Pr [L \geq 2 \log n] \leq \frac{1}{n}.$$

Hinweis. Es gibt noch eine Version der Chernoff-Schranke. In der Notation und unter den Voraussetzungen von Satz 5.4 gilt $\Pr [X \geq t] \leq 2^{-t}$ falls $t \geq 2e\mathbb{E}[X]$.

Aufgabe 2 Eigenschaften des Hyperwürfels

Zeigen Sie, dass der d -dimensionale Hyperwürfel $Q_d = (V, E)$ folgende Eigenschaften hat:

- (1) $|V| = 2^d$.
- (2) $\deg(v) = d$ für alle $v \in V$.
- (3) $|E| = d2^{d-1}$.
- (4) Die wie in der Vorlesung konstruierten Labels zweier in Q_d benachbarter Knoten unterscheiden sich in genau einer Stelle.