Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Prof. Dr. Susanne Albers
Dr. Alexander Souza

SS 2007
Übungsblatt 8

Randomisierte Algorithmen und probabilistische Methoden

Aufgabe 1 Gamber's Ruin

Angenommen Sie haben ganzzahliges Startkapital $k > 0$ und spielen wiederholt gegen jemanden ein Glücksspiel das Sie jeweils mit Wahrscheinlichkeit $0 < p < 1$ gewinnen. Wenn Sie gewinnen erhöht sich ihr Kapital um eins, wenn Sie verlieren erniedrigt es sich um eins. Sie können nur spielen, wenn ihr Kapital positiv ist, d.h., sobald Sie alles verloren haben bleibt dieser Zustand.

(1) Modellieren Sie ihr verfügbares Kapital als Zustandsgraph einer Markov-Kette.

(2) Angenommen ihr Gegner hat ganzzahliges Startkapital $\ell > 0$ und auch er kann nur bei positivem Kapital spielen. Wie sieht der Zustandsgraph ihres Kapitals nun aus?

Aufgabe 2 Übergänge

Betrachten Sie die Markov-Kette mit Zustandsmenge $S = \{1, 2, 3, 4\}$, Startzustand 2 und folgender Übergangsmatrix:

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(1) Zeichnen Sie den Zustandsgraph der Kette.

(2) Geben Sie den Zustandsvektor q_0 an.

(3) Berechnen Sie q_1 und q_2.

(4) Berechnen Sie h_{21}, h_{24} sowie f_{21} und f_{24}.