Susanne Albers
Markus Büttner, Gereon Frahling,
Rob van Stee, Matthias Westermann

Freiburg, den 24. Oktober 2002

Abgabe bis 31. Oktober, 12 Uhr

Übungen zur Vorlesung
Informatik III (Theoretische Informatik)
Winter Semester 2002/2003
Blatt 2

AUFGABE 7 (2 Punkte)**:**
Beschreibe formal eine 1-Band-Turingmaschine, die bei Eingabe $x\#y$ mit $x, y \in \{0,1\}^*$ folgendes leistet: x und y werden als Binärzahlen angesehen. In der ersten Phase sollen x und y unter Anwendung der Spurtechnik übereinander geschrieben werden. Dann sollen x und y binär addiert werden, daß heißt, es soll auf dem Band die Binärdarstellung der Summe der Binärzahlen x und y stehen. Auftretende Überträge sollen während der Rechnung in den Zuständen „gespeichert“ werden.

AUFGABE 8 (2 Punkte)**:**
Gegeben sei eine Turingmaschine M, die die Sprache L akzeptiert. Konstruiere daraus eine Turingmaschine M', die L akzeptiert, ohne bei der Berechnung jemals eine Bandposition p, mit $p < 0$, zu besuchen. (Zu Anfang steht die Maschine auf Position eins.)

AUFGABE 9 (2 Punkte)**:**
Eine 2-dimensionale Turingmaschine hat im Gegensatz zur 1-Band-Turingmaschine statt des eindimensionalen Bandes ein 2-dimensionales Speicherband (unendliches Schachbrett). Zu Beginn der Rechnung steht die Eingabe x in den Feldern $(0,0)$ bis $(|x|-1,0)$ und der Lese-/Schreibkopf auf dem Feld $(0,0)$. Die zulässigen Kopfbewegungen sind $\mathcal{O}, \mathcal{R}, \mathcal{L}$ und $\mathcal{U}$ für „gehe nach oben“, „gehe nach rechts“, „gehe nach links“ und „gehe nach unten“.
Zeige: Jede 2-dimensionale Turingmaschine M kann durch eine normale 1-Band-Turingmaschine $\tilde{M}$ simuliert werden. (Es reicht eine informale Beschreibung der Arbeitsweise von $\tilde{M}$.)

AUFGABE 10 (2 Punkte)**:**
Diskutiere für die beiden folgenden Mengen, ob sie jeweils rekursiv aufzählbar oder sogar rekursiv sind.

$$\begin{aligned} L_1 &:= \{(x,y,z) \in \mathbb{N}^3 | x^2 - 6z^2 + 5y^3 = 0\} \\ L_2 &:= \{x \in \mathbb{N} | \exists y, z \in \mathbb{N} : x^2 - 6z^2 + 5y^3 = 0\} \end{aligned}$$