Albert-Ludwigs-Universität
Institut für Informatik
Prof. Dr. F. Kuhn, Oleksii Saukh 9. August 2013

Einführung in die Optimierung

Sommersemester 2013

Übungsblatt 5

(zusätzliches Übungsblatt zu Kapitel 9)

Übung 1: Set Cover

Betrachten Sie das folgende kombinatorische Optimierungsproblem. Gegeben sind eine Grundmenge X, sowie eine Menge $\mathcal{S} = \{S_1, S_2, \ldots, S_n\}$ bestehend aus n Mengen $S_i \subseteq X$, so dass $\bigcup_{i=1}^{n} S_i = X$. Ein „Set Cover“ C ist eine Teilmenge von $\mathcal{S}$, so dass alle Elemente in X abgedeckt sind, d.h.,

$$C \subseteq \mathcal{S}, \quad \text{so dass} \quad \bigcup_{S \in C} S = X.$$

Jede der Mange $S_i \in \mathcal{S}$ hat nun zusätzlich ein Gewicht $w_i > 0$. Das Ziel ist dann, ein „Set Cover“ mit möglichst kleinem Gesamtgewicht zu finden.

a) Formulieren Sie das beschriebene „Set Cover“ Problem als Integer LP!

b) Betrachten Sie nun das folgende Problem. Wir möchten für jedes Element $x \in X$ einen Preis p_x berechnen, so dass der Gesamtpreis jeder Menge $S_i \in \mathcal{S}$ höchstens w_i ist. Zeigen Sie, dass der Gesamtpreis aller Elemente $x \in X$ nicht grösser als das Gesamtgewicht des besten „Set Covers“ werden kann!

Übung 2: Minimale Spannende Bäume

Gegeben sei ein gewichteter Graph $G = (V, E, w)$, wobei $w(e) > 0$ für alle $e \in E$. Formulieren Sie das Problem, einen minimalen spannenden Baum zu finden, als Integer LP!

Hinweis: Eine Formulierung des MST-Problems als Integer LP benötigt exponentiell viele Nebenbedingungen.