



Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2024

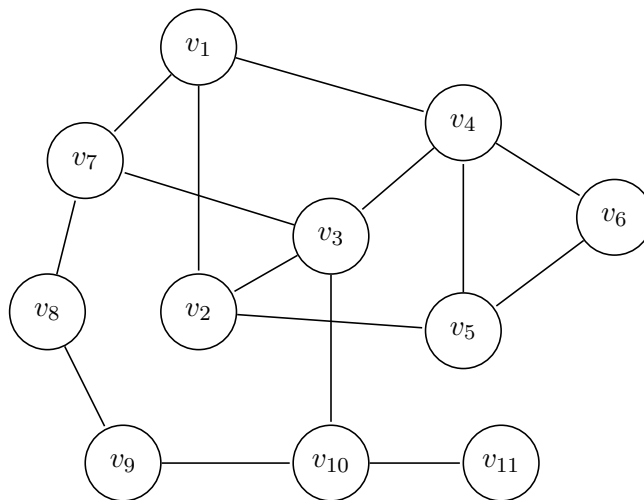
Übungsblatt 8

Abgabe: Dienstag, 18. Juni, 2024, 10:00 Uhr

Aufgabe 1: Breitensuche

(5 Punkte)

Gegeben folgender ungerichteter Graph G :



- Geben Sie G als Adjazenzmatrix an. (1 Punkt)
- Geben Sie G als Adjazenzliste an. (1 Punkt)
- Führen Sie eine Breitensuche auf G beginnend auf Knoten v_1 aus. Schreiben Sie dafür die Reihenfolge in welcher die Knoten im Algorithmus markiert (bzw. grau gefärbt werden). Um ein deterministischer Resultat zu bekommen, fügen wir immer den Knoten als nächstes in die FIFO-QUEUE der den kleineren Index hat, sprich, v_i vor v_j wenn $i < j$. (3 Punkte)

Aufgabe 2: Tiefensuche

(6 Punkte)

Wir definieren für jeden Knoten 2 Zeitpunkte (wie in Folie 29):

- $t_{v,1}$: Zeitpunkt wenn Knoten v von der DFS-Suche grau gefärbt wird
- $t_{v,2}$: Zeitpunkt wenn Knoten v von der DFS-Suche schwarz gefärbt wird

Sei ausserdem folgender *gerichteter* Graph $G = (V, E)$ gegeben mit

- $V = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$
- $E = \{(u_1, u_2), (u_1, u_3), (u_2, u_3), (u_3, u_4), (u_4, u_1), (u_5, u_1), (u_5, u_3), (u_5, u_4)\}$

- a) Zeichnen Sie G . (2 Punkte)
- b) Schreiben Sie zu jedem Knoten in G das Bearbeitungsintervall $[t_{v,1}, t_{v,2}]$. Ähnlich wie in Aufgabe 1c), wenn mehrere Knoten als nächstes von der Tiefensuche besucht werden könnten, wird immer derjenige mit kleinstem Index gewählt (und wir starten somit auch bei u_1). (2 Punkte)
- c) Schreiben Sie zu jeder Kante ob es sich um eine Baumkante, Rückwärtskante, Vorwärtskante oder eine Querkanten handelt. (2 Punkte)

Aufgabe 3: Zyklentreie Graphen

(9 Punkte)

- a) Wie viele Kanten m kann ein ungerichteter zusammenhängender Graph mit n Knoten maximal haben? Begründen Sie ihre Antwort. (2 Punkte)
- b) Zeigen Sie, dass jeder ungerichteter zusammenhängender Graph welcher keinen Zyklus¹ enthält, genau $n - 1$ Kanten hat (wobei n die Anzahl der Knoten des Graphen ist). (4 Punkte)
Hinweis: Sie können diese Aussage zum Beispiel per Induktion über $n \geq 1$ zeigen.
- c) Gegeben ein ungerichteter zusammenhängender Graph $G = (V, E)$ mit $n = |V|$. Geben Sie einen Algorithmus an der in Zeit $O(n)$ entscheidet ob G einen Zyklus enthält oder nicht. Spezifizieren Sie dafür explizit in welcher Datenstruktur G gegeben sein soll. (3 Punkte)

¹Ein Zyklus (oder auch Kreis) ist ein Pfad $v_1, \dots, v_k \in V$ in einem Graphen bei dem zusätzlich eine Kante zwischen dem Start und dem Endknoten existiert, also $\{v_1, v_k\} \in E$.