



Algorithmen und Datenstrukturen

Sommersemester 2026

Übungsblatt 2

Abgabe: Dienstag, 05. Mai, 2026, 10:00 Uhr

Aufgabe 1: Gehackt?

(10 Punkte)

Ein Systemadministrator analysiert Login-Zeitpunkte, um verdächtiges Verhalten zu erkennen. Wenn ein User sich 'unmeschlich schnell' zweimal hintereinander eingeloggt hat, dann war es wahrscheinlich ein Bot. Gegeben ist eine Liste von n ganzen Zahlen, die Login-Zeitpunkte darstellen. Ziel ist es, die kleinste absolute Differenz zwischen zwei Zeitpunkten zu bestimmen.

Beispiel Gegeben sei folgendes Array:

$$A = [-20, 10, -18, 15, -100, 30, 98].$$

Gesucht ist die kleinste absolute Differenz zwischen zwei verschiedenen Elementen. Formal bedeutet dies, dass wir den folgenden Wert bestimmen wollen:

$$\min_{1 \leq i < j \leq n} |A[i] - A[j]|.$$

Die kleinste dieser Differenzen im Array ist

$$|-20 - (-18)| = 2.$$

- Implementieren sie einen Brute-Force-Algorithmus, der alle Paare überprüft, um die minimale absolute Differenz zu bestimmen. Was ist die asymptotische Laufzeit von diesem Algorithmus? (2 Punkte)
- Entwerfen Sie einen effizienteren Algorithmus. Beschreiben Sie diesen zuerst in Worten und implementieren Sie ihn dann. Erläutern Sie, warum ist ihr Algorithmus korrekt und was ist die asymptotische Laufzeit von ihrem Algorithmus?¹ (6 Punkte)
- Auf der Webseite finden sie 'input.txt' mit 1000000 verschiedenen ganzen Zahlen. Verwenden Sie Ihre Implementierung, um das Ergebnis für diese Eingabe zu berechnen, und geben Sie das Resultat an. (2 Punkte)

Aufgabe 2: O-Notation

(10 Punkte)

- Beweisen oder widerlegen Sie unter Verwendung der Definition² der Landau-Notation aus der Vorlesung die folgenden Aussagen:

$$\sum_{i=0}^n i \in \Omega(n^2)$$

¹Wir haben euch auch eine 'compare_runtimes' Hilfsfunktion in der Vorlage bereitgestellt. Schaut euch gerne mal an wie eure bessere Version performed.

²Ein Beweis ausschließlich mit Grenzwerten führt zu 0 Punkten.

(2 Punkte)

$$n^{1/2} \cdot n^{1/3} \cdot n^{1/4} \in \Theta(n)$$

(2 Punkte)

$$3n \log n + 7n \in \Theta(n \log n)$$

(2 Punkte)

(b) Geben Sie zwei Funktionen f, g an, sodass gilt:

$$f(n) \in O(g(n)) \quad \text{aber} \quad f(n) \notin \Theta(g(n)).$$

Beweisen Sie, dass Ihre Funktionen diese Eigenschaften erfüllen. Sie dürfen hierfür Grenzwerte verwenden.

(4 Punkte)